

Методический семинар: вопросы обучения решению задач*

А.В. Белошистая

Статья 5

Что такое «умение самостоятельно работать над задачей»?

В данной статье рассматриваются:

- различные взгляды на понятие «приемы работы над сюжетной задачей»;
- возможность и этапность формирования у ребенка умения самостоятельно работать с задачей;
- взаимосвязь умения решать простые и умения решать составные задачи.

Традиционно все методические школы разделяют процесс обучения решению задач на две ступени: решение простых задач и решение составных задач. Различные учебники отводят каждой из этих ступеней различный временной промежуток.

В настоящее время имеют место две тенденции: в одних учебниках реализовано раннее знакомство с простой задачей (ноябрь–декабрь 1-го класса) и раннее знакомство с составной задачей (февраль–март 1-го класса) – это новые учебники традиционной школы (2001 г.) и учебники Л.Г. Петерсон («Школа 2100»). В других учебниках знакомство с простой задачей отодвинуто на 2-й класс (октябрь–ноябрь), но при этом почти сразу за простой задачей дети знакомятся с составной задачей – это новые учебники И.И. Аргинской (учебник-тетрадь) и учебник Н.Б. Истоминой.

С технологической (методической) точки зрения простая задача является «одношаговым» описанием соответствующей ей предметной ситуации. Виды предметных действий, на основе которых строятся **все виды** простых задач на сложение и вычитание, приводились в статье 3 данного цикла.

Цель работы над простой задачей можно определить, исходя из описанной ранее подготовительной работы, как обучение ребенка *самостоятельной работе над текстовой формой* простой задачи с применением на практике всех приобретенных ранее умений:

- 1) моделирование (в том или ином виде) заданной в задаче ситуации;
- 2) составление математического выражения соответственно смыслу ситуации (выбор действия);
- 3) оформление записи в виде равенства с наименованием;
- 4) запись ответа в краткой форме.

Иными словами, суть работы над простой задачей заключается в том, что в процессе этой деятельности ребенок упражняется в применении и совершенствует два своих учебных умения: умение перевести текстовое описание ситуации (словесную модель) в любого вида упрощенную схему (предметный или схематический рисунок, краткую запись), показывающую взаимоотношения между данными и искомым, и умение оформить это отношение в виде равенства с наименованием, т.е. непосредственно записать решение, а затем ответ (можно сказать, что при этом выполняется второй перевод ситуации с языка графики – рисунка или схемы – на язык математических символов – чисел и знаков).

Таким образом, этап работы над простыми задачами имеет смысл рассматривать как подготовительный этап к решению составных задач. С этой точки зрения термин «умение решать простые задачи» рассматри-

* Продолжение. Предыдущие публикации см. в № 11 за 2002 г., № 1, 3, 4 и 7 за 2003 г.

вается именно как умение работать с *текстовым описанием* ситуации и оформлять его в соответствующих записях. Не случайно на практике часто наблюдается картина, когда в классе дети легко справляются с задачами (и не только с простыми), а дома или на контрольной не могут решить даже аналогичные задачи. Дело в том, что «первый перевод» – с текста на упрощенную модель, структурно выявляющую связи между данными и искомым, – в классе им активно помогает выполнять учитель, используя заранее заготовленную наглядность, рисунки, таблицы и т.п., а уже «второй перевод» – описание этой модели в символах (числах и знаках) – сделать проще. Не научившись на первом этапе работать с текстом самостоятельно, дети в дальнейшем с большим трудом учатся работать с ним на более сложных задачах.

Часто используемый учителем в 1-м классе прием первичного чтения текста задачи вслух не требует от детей самостоятельного обращения к тексту и не способствует формированию умения работать с ним. Учителя при этом ссылаются на то, что многие дети в 1-м классе плохо читают (или вообще не читают), но именно с учетом этого обстоятельства на современном этапе и предлагаются системы обучения математике в начальной школе *без обращения к задаче в 1-м классе* (И.И. Аргинская, Н.Б. Истомина). Иными словами, сегодня при выборе учебника математики учитель может ориентироваться на наличие или отсутствие умения читать у большинства детей в классе.

Рассмотрим так называемые «частные умения» решать задачу, которые приводятся в методических руководствах (Истомина Н.Б. и др. Методика преподавания математики в начальных классах. – М., 1986. С. 61) как необходимые ребенку для самостоятельной работы над задачей:

1) прочитать задачу и осознать ее текст, т.е. понять значение каждого слова и представить ту ситуацию, которая в ней дана;

2) выделить условие и вопрос задачи, известные и неизвестные;

3) установить связь между условием и вопросом задачи, между данными и искомым, т.е. провести анализ текста задачи, результатом которого является выбор арифметических действий для ее решения;

4) записать решение и ответ задачи.

Анализ данного перечня показывает, что уже умения выполнять указанные в п. 1 действия *достаточно* для фактического решения простой задачи. Умения, указанные в п. 2 и 3, являются избыточными, поскольку если ученик правильно представил (изобразил) ситуацию, которая дана в задаче, то это и означает, что он разделил условие и вопрос и установил соотношение между данными и искомым, что в свою очередь приводит к правильному выбору действия. При этом если речь идет о стандартной формулировке задачи (а их в учебниках абсолютное большинство), то упорная работа учителя над формированием этих умений в указанном порядке превращает работу над задачей в полную бессмыслицу для ребенка. Ведь если ребенку п. 1 «дается» самостоятельно (природный дар), то он немедленно по завершении чтения текста готов дать правильный ответ (что учитель часто видит на практике) и остальные два этапа ему просто не нужны. И наоборот, если ребенок не может (не умеет) правильно представить себе ситуацию, он не может, как правило, выполнить и п. 3 (установить взаимосвязь между данными и искомым), а научение его выполнению п. 2 (разделение задачи на условие и вопрос) ему практически ничем не помогает.

Рассмотрим в качестве примера следующую задачу:

С аэродрома утром улетело 7 самолетов, а вечером улетело еще 3 самолета. Сколько самолетов улетело с аэродрома?

Разделить текст на условие и вопрос нетрудно, поскольку формулировка стандартная: выделить условие и вопрос можно сразу, не углубляясь в процесс «представления», так как

условие дано в первом (повествовательном) предложении. Вопрос оформлен во втором (вопросительном) предложении. Однако правильно представить себе ситуацию задачи можно, только установив связь между данными и искомым, поскольку задача носит косвенный характер, который обусловлен словом «улетели», обычно соотносимым с уменьшением исходного количества, т.е. с действием вычитания.

Имеет смысл соотнести работу над данной задачей с двумя умениями, обозначенными в начале статьи как *последовательный перевод словесной модели в графическую, а затем в символическую*. Тогда работа над задачей выглядет следующим образом.

Учитель или ребенок читает текст задачи. Затем учитель просит прочитать только условие (поскольку формулировка стандартная, то выделение условия – это чтение «до точки»).

– Давайте обозначим палочками данные задачи (на фланелеграфе палочки можно заменить любыми символическими фигурками или сделать рисунок):



– Покажите самолеты, которые улетели утром; вечером; все улетевшие за день самолеты. (Вот где в данном случае происходит осознание текста и представление ситуации.)

– Прочитайте вопрос задачи. Покажите на рисунке, что надо узнать.



– Запишите решение задачи (оформление записи, или перевод схематической модели в символическую):

$$7 + 3 = 10 \text{ (с.)}$$

– Почему вы выбрали знак сложения? (Потому что надо узнать, сколько всего самолетов улетело.)

В данном случае объяснение выбора действия происходит **после** записи решения. Именно такая последовательность является наиболее разумной при работе над простой задачей, поскольку решение «одношаговое» и рисунок (модель) является «прямым подведением» ребенка к выбору нужного действия.

Как видно из приведенного примера, последовательность действий ребенка при решении задачи может значительно отличаться от классической иерархии умений, традиционно перечисляемых как необходимые при обучении решению задач.

В проводимом здесь анализе будем исходить из классического положения: «Научить детей решать задачи – значит научить их устанавливать связи между данными и искомыми и в соответствии с этим выбирать, а затем и выполнять арифметические действия» (Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Методика преподавания математики в начальных классах. С. 174).

В качестве средства формирования у детей указанного умения различные методические школы рекомендуют различные технологии. Традиционная технология предлагает систематическую работу «над группами задач, решение которых основывается на одних и тех же связях между данными и искомыми, а отличаются они конкретным содержанием и числовыми данными. Группы таких задач будем называть задачами одного вида» (Там же. С. 174).

Методические действия учителя задаются при этом следующей последовательностью:

- 1) подготовительная работа к решению задачи;
- 2) ознакомление с решением задачи;
- 3) закрепление умения решать задачи (Там же. С. 174).

В приведенном описании легко узнать схему, воплощенную в содержании традиционного учебника: большое количество однотипных задач предлагаются для решения на протяжении нескольких уроков, идущих подряд.

При этом описание методических действий учителя фактически предполагает объяснительно-иллюстративный способ обучения, поскольку ознакомление с решением задачи (п. 2) – это показ способа решения («запишите решение так...»), а «закрепление умения решать задачи» – это многократное повторение аналогичного способа действий на задачах того же типа (до запоминания наизусть как типа, так и способа решения).

Логическим следствием такой технологии является «прогноз», делаемый на этой базе в отношении формирования у ребенка умения решать составные задачи: «При решении составных задач ученики должны уметь устанавливать не одну связь, а систему связей, т.е. устанавливать несколько связей, выстраивая их в определенном порядке... Следовательно, подготовкой к решению составных задач будет не только усвоение учащимися соответствующих связей, но и умение вычленив систему связей, иначе говоря, разбивать составную задачу на ряд простых, последовательное решение которых и будет решением составной задачи» (Там же. С. 175–176).

Это, безусловно, верное с теоретической точки зрения положение крайне редко воплощается на практике. Если бы эта система «срабатывала», то достаточно было бы отработать с детьми все виды простых задач (а их не так уж и много), и на этой базе составные задачи «пошли» бы сами по себе. Практически же этого не происходит. Более того, *наиболее трудным моментом* при решении составных задач для детей по-прежнему остается *этап осмысления текста*, на котором необходимо «правильно представить себе ситуацию».

В реальности при обучении решению составных задач учитель часто идет по тому же пути, что и при обучении решению простых задач: он заучивает с детьми способы решения того или иного типа (на это нацеливают учителя и учебники, которые

на 95% содержат типовые составные задачи). Те же задачи, которые обычно называют нестандартными, отнесены, как правило, к задачам повышенной сложности, и любой учитель-практик знает, что охарактеризованная выше методика практически ничего не дает для обучения ребенка работе с такими задачами, поскольку главная их сложность, собственно, и состоит в том, чтобы вычленив из них составляющие их простые задачи.

Рассмотрим для примера следующую задачу:

Бронза содержит 41 часть меди, 8 частей олова и 1 часть цинка. Сколько весит кусок бронзы, если в нем цинка на 2 кг 135 г меньше, чем олова?

Задача имеет трансформированную структуру текста: данное содержится в вопросе и отделено от других связанных с ним данных большим словесным периодом, что затрудняет установление взаимосвязи между ними. Типовую принадлежность задачи можно определить так: это задача на нахождение неизвестного по двум разностям, усложненная дополнительными компонентами (третий элемент – медь и результативное требование: найти массу всего куса бронзы).

Текст задачи не содержит трудных для понимания слов, разделить текст на условие и вопрос несложно, но это несколько не помогает установлению связей между данными и искомым.

Проблема выделения в этой задаче составляющих ее простых задач как раз и является *центральной*, поскольку, как только это удается сделать, путь решения задачи мгновенно «выстраивается» и становится очевидным. Именно в этом этапе и содержится главная трудность в обучении школьника решению задач. И именно здесь традиционная методика ничего не предлагает в качестве **средства** формирования у ребенка **умения видеть** или **выявлять** простые задачи внутри составной и устанавливать их взаимосвязь. Между тем, если это

умение не будет сформировано у ребенка в общем виде, он не сможет хорошо справляться с задачами, даже если отработать с ним способы решения типовых составных задач до уровня навыка.

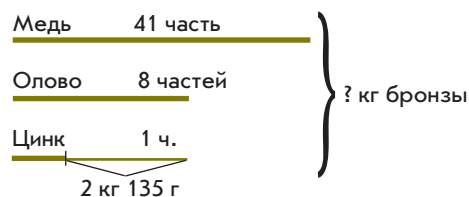
Рассмотрим другие методические подходы к проблеме формирования умения решать простые задачи.

«При другом подходе процесс решения задач (простых и составных) рассматривается как переход от словесной модели к модели математической или схематической. В основе осуществления этого перехода лежит семантический анализ текста и выделение в нем математических понятий и отношений» (Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах. – М., 2000. С. 210).

Если под математической моделью понимать символическую математическую запись решения, то иерархия этапов моделирования должна быть другой: сначала составляется схематическая модель, а затем – символическая.

Если под семантическим анализом понимать процесс прочтения задачи с последующим выделением основных ее частей и элементов (условия, вопроса, данных, искомого), то только в типовых задачах достаточно простых конструкций семантический анализ приводит выделению **отношений** между ними. Мы полагаем, что семантический анализ является предшествующим построению схематической модели задачи, а не «средством осуществления перехода» от схематической модели к символической. **Средством** такого перехода является **процесс выявления отношений между данными и искомым**. Осуществляется этот процесс посредством **анализа схематической модели задачи**. Иными словами, результатом этого анализа как раз и является осознание отношений между данными и искомым.

Вернемся к приведенной выше задаче о куске бронзы – для ее решения в процессе семантического анализа сразу же следует моделировать выделяемые элементы задачи в рисунке:



Данный рисунок зримо выявляет составляющие эту задачу простые задачи. Его анализ (анализ самого рисунка!) выявляет отношения между данными, а также между данными и искомым, что позволяет составить план решения, т.е. план перехода от схематической модели к символической (арифметической):

1) находим разницу частей олова и цинка (простая задача на разностное сравнение);

2) находим массу, приходящуюся на одну часть (простая задача на деление на части);

3) находим общее число частей в куске бронзы (простая задача на нахождение суммы);

4) находим массу куска бронзы (простая задача на нахождение произведения).

Таким образом, выделенное в начале данной статьи *умение переводить текстовую модель в предметную или схематическую* является **решающим** для процесса самостоятельной работы над задачей. При этом рассмотренный выше пример показывает, что при работе над составной задачей это же умение продолжает оставаться *центральным*, просто модель становится более сложной. Однако учить ребенка приемам такого моделирования следует именно *на начальных этапах*, при работе над простой задачей, когда тексты достаточно просты и возможна даже работа «на слух». Если начинать учить ребенка приемам моделирования при решении составных задач, то более сложные тексты потребуют умения хорошо читать, и модели становятся более сложными, что может вызвать трудности при их составлении. В этом случае моделирование перестанет выполнять свою **главную функцию – облегчение**

работы над задачей, и превратится в дополнительную ненужную трудность.

С этой точки зрения становится несущественным основной спорный момент между разными методическими направлениями: когда знакомить детей с задачей – в 1-м или во 2-м классе?

В предыдущих статьях мы показали, как можно организовать работу с нечитающими «шестилетками» при обучении их составлению схематических моделей особого рода при работе «на слух». В этом случае ребенок сразу по мере чтения ему задачи составляет модель и затем анализирует уже *не текст*, а *схематическую модель* задачи, что позволяет осмысленно ее решить.

Возможно, читателям может показаться, что мы противоречим сами себе, поскольку в этом случае ребенок тоже не работает с текстом как таковым, т.е. не анализирует непосредственно *текстовую* структуру задачи. Это так, но в предлагаемом подходе рациональное зерно состоит в том, что ребенок сразу учится переводить недоступную ему непосредственно текстовую модель (текст читает учитель) на доступный его пониманию язык схемы или рисунка. В этом случае анализ текстовой модели заменяется *анализом схематической модели*, но сам анализ все-таки **присутствует**, а не подменяется угадыванием нужного действия по прямому смыслу «главного» слова (*улетели, принесли...*) или механическим манипулированием числовыми данными задачи.

Анна Витальевна Белошистая – канд. пед. наук, профессор кафедры дошкольного и начального образования Мурманского института повышения квалификации работников образования.



Валерий Вайнин

Если я пообещаю...

Если честное дам слово
быть послушным и не драться,
самым шелковым я стану,
можете не сомневаться:
слово я свое сдержу.
Только Петьку накажу.

Если я пообещаю
вам поймать любого зверя,
глупо без толку смеяться
и кричать свое «не верю»:
хоть слона вам приведу.
Если в гости не уйду.

Если я скажу, что завтра
на ракете улетаю,
значит, так оно и будет –
я вам твердо обещаю:
на Луну я полечу.
Если насморк не схвачу.

С кем дружить!

– Я подружусь с зайчиком
и убегу с ним в лес.
– А я подружусь с волчком,
и он вас обоих съест.

– Тогда подружусь я с мышкой
и спрячусь к ней в норку, вот!
– А мы с косолапым мышкой
завалим камнями вход.

– Тогда на орле крылатом
взлечу я и скроюсь с глаз.
– А я подружусь с солдатом:
он бац – и подстрелит вас.

– Тогда я... тогда я... Вредный,
мне, что ли, играть одной?!
– Ну что с тобой делать, с бедной!
Ну ладно, дружи со мной.