

Методика работы над уравнениями в начальной школе

О.А. Коростелева

Линия уравнений и неравенств является стержнем алгебраического материала школьного курса математики. Изучение уравнений в начальной школе носит **пропедевтический характер**. Поэтому очень важно подготовить детей в начальной школе к более глубокому изучению уравнений в старших классах. В начальной школе в процессе работы над уравнениями закрепляются правила о взаимосвязи части и целого, сторон прямоугольника с его площадью, формируются вычислительные навыки и понимание связи между компонентами действий, закрепляется порядок действий и формируются умения решать текстовые задачи, идет работа над развитием правильной математической речи. На уроках закрепления уравнения позволяют разнообразить виды заданий.

Изучение уравнений начинается с подготовительного этапа уже **в 1-м классе**, когда дети, действуя с предметами, решают такие «задачи» (см. Л.Г. Петерсон «Математика 1», ч. 1, урок 15):

$$\textcircled{?} + \textcircled{\textcircled{\circ\circ}} = \textcircled{\triangle\circ\circ}$$

Затем учащиеся переходят к действиям над числами и выполняют задания, связанные с нахождением неизвестного числа в окошке (см. «Математика 1», ч. 1, урок 20), например:

$$\begin{array}{ll} \square + 2 = 7 & 5 + \square = 7 \\ 7 - \square = 2 & \square - 5 = 2 \end{array}$$

Дети находят число либо подбором, либо на основе знаний состава числа. На данном этапе учителю необходимо включать в устные упражнения следующие задания:

– Сколько надо вычесть из 3, чтобы получилось 2?

– Сколько надо прибавить к 2, чтобы получилось 4?

На втором этапе учащиеся знакомятся с понятиями «уравнение» и «корень уравнения» (термин «корень уравнения» вводится в речевую практику, но внимание на нем не акцентируется) (см. «Математика 1», ч. 3, урок 11).

В течение восьми уроков дети учатся решать уравнения с неизвестным слагаемым, уменьшаемым, вычитаемым. Названия компонентов арифметических действий были введены в речевую практику учащихся и использовались для чтения равенств и выражений, пока правило нахождения неизвестного компонента в уравнениях детьми не заучивается. Уравнения решаются на основе взаимосвязи между частью и целым. При изучении данной темы дети должны научиться находить в уравнениях компоненты, соответствующие целому (сумма, уменьшаемое), и компоненты, соответствующие его частям (слагаемое, вычитаемое, разность). При решении уравнений детям нужно будет вспомнить лишь два известных правила:

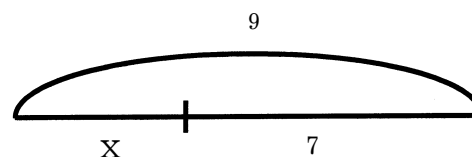
– Целое равно сумме частей.

– Чтобы найти часть, надо из целого вычесть другую часть.

Эту работу облегчает графическое обозначение части $\underline{\quad}$ и целого \bigcirc , а также понимание того, что целое – это большее число.

Для того чтобы облегчить работу над формированием навыка решения уравнения, я провожу в классе следующую работу.

1. Составление и решение уравнений по схеме.



2. Составление и решение уравнений с помощью модели числа.

– Решите уравнение:

$$X + D :: = DDD ::$$

$$X = DD$$

– Замените модели числами:

$$X + 14 = 34$$

$$X = 20$$

3. Уравнения с буквами.

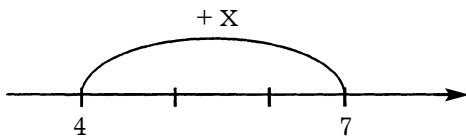
– Как из волка получить вола?

$$\text{ВОЛК} - X = \text{ВОЛ}$$

$$X = \text{ВОЛК} - \text{ВОЛ}$$

$$X = K$$

4. Составление и решение уравнений с помощью числового луча.



$$4 + X = 7$$

$$X = 3$$

5. Решение уравнений с линиями.

$$X - \bigcirc = x$$

$$X = \sim$$

6. Уравнения с волшебными числами.

$$X - ' = *$$

7. Выполни проверку и найди ошибку.

$$X + 8 = 16$$

$$X = 16 + 8$$

$$X = 24$$

Дети решают: $24 + 8 = 16$

32 „16

8. Составь уравнения с числами X, 4, 10 и реши их.

Дети решают:

$$X + 4 = 10; \quad 10 - X = 4; \quad X - 10 = 4$$

и т.п.

9. Из данных уравнений реши те, где X находится сложением.

$$X + 16 = 20; \quad X - 18 = 30; \quad 29 - X = 19$$

10. Рассмотрите решение уравнения и вставьте соответствующий знак.

$$X ? 12 = 23$$

$$X = 23 - 12$$

Детям и самим нравится составлять такие уравнения. Поэтому учитель может давать задание по составлению уравнений на дом. На следующем уроке ребята сами или с помощью учителя выбирают лучшие работы и решают их (дети выполняют эти творческие задания на альбомных листах).

К концу изучения четвертой части учебника «Математика 1» дети учатся комментировать уравнения через компоненты действий. Работа строится следующим образом:

1) читаю уравнение;

2) нахожу известные и неизвестные компоненты (часть и целое);

3) применяю правило (по нахождению части или целого);

4) нахожу, чему равен X;

5) комментирую через компоненты действий.

Во 2-м классе дети выходят на новый этап решения уравнений вида:

$$a \cdot X = b; \quad a : X = b; \quad X : a = b$$

(см. «Математика 2», ч. 2, урок 1). Уравнения этого вида решаются на основе взаимосвязи между площадью прямоугольника и его сторонами. Поэтому изменяется и графическое обозначение компонентов уравнения: \square – площадь прямоугольника, а $\underline{\quad}$ – его стороны. Здесь важно понять то, что обучение решению и комментированию уравнений ведется по определенной схеме:

1-й этап. Решение с одновременным комментированием правил нахождения площади прямоугольника и его сторон. Например, $\square : \underline{2} = \underline{5}$ (X – площадь прямоугольника, 2 и 5 – его стороны).

$X = 2 \cdot 5$ (чтобы найти площадь прямоугольника, надо перемножить его стороны)

$$X = 10$$

2-й этап. Решение уравнений с комментированием (через площадь прямоугольника и его стороны).

Комментирование через компоненты действий после решения уравнения (к концу 2-го класса).

Для отработки навыков решения уравнений на умножение и деление

можно использовать следующие упрощения.

1. Выполни проверку и найди ошибку.

$$X : 2 = 4$$

$$X = 4 : 2$$

$$\underline{X = 2}$$

Дети решают: $2 : 2 = 4$
 $\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 1 \text{ „}4$

2. Проанализируй решение уравнения и найди ошибку.

$$X \cdot 3 = \textcircled{9}$$

$$X = 3 \cdot 9$$

$$X = 27$$

(Ошибки:

1) 9 – это площадь, а не целое, ее надо обозначить прямоугольником;

2) X – это сторона, надо площадь разделить на другую сторону.)

3. Составь уравнения с числами 3, X, 12 и реши их.

Дети составляют: $12 : X = 3$; $3 \cdot X = 12$ и т.п.

4. Из данных уравнений реши те, которые решаются делением.

$$X \cdot 2 = 6; X : 4 = 16; 12 : X = 4.$$

5. Рассмотрите решение уравнений и вставьте соответствующий знак в запись уравнения.

$$X ? 6 = 24$$

$$X = 24 : 6$$

6. Составь и реши уравнение:

– Какое число надо умножить на пять, чтобы получилось 25?

7. Реши:

$$X \cdot 3 = 15; X : 4 = 5; 16 : X = 2$$

– Какое уравнение лишнее? Объясни свой выбор.

(Дети объясняют:

первое уравнение – X равен нечетному числу,

второе уравнение – X находим умножением,

третье уравнение – неизвестен второй компонент и т.п.)

В 3-м классе учащиеся знакомятся с решением составных уравнений. Решение таких уравнений строится на качественном анализе выражения, стоящего в левой части уравнения: какие действия указаны в выражении, какое действие выпол-

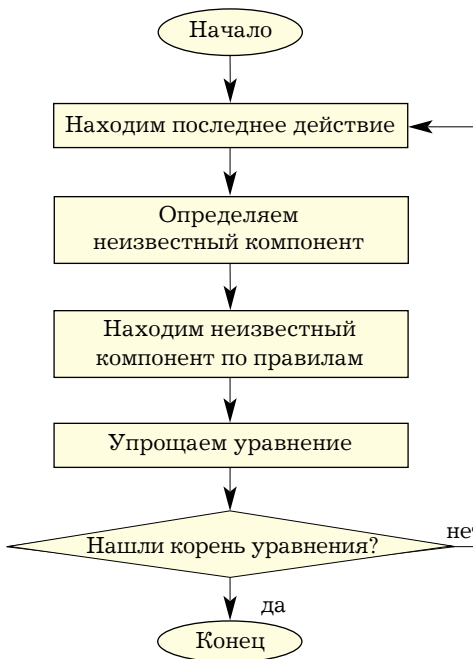
няется последним, как читается запись этого выражения, какому компоненту этого действия принадлежит неизвестное число и т.п. К этому времени учащиеся должны твердо овладеть следующими умениями:

- решение простых уравнений,
- анализ решений уравнений по компонентам действий,
- чтение записи выражений в два-три действия,
- порядок выполнения действий в выражениях со скобками и без них.

На данном этапе дети должны понимать, что в записи уравнений в качестве неизвестного числа могут использоваться различные буквы латинского алфавита, например: $K + 4 = 3$; $P - 3 = 8$; $Z : 6 = 7$ и т.п.

Запись решения уравнений сопровождается словесным описанием выполняемых действий. Для выработки правильной математической речи и навыков решения первых уравнений данного вида необходимо использовать таблицы с образцами решений. Но так как дети уже с 1-го класса знакомы с записью различных алгоритмов, то можно использовать только алгоритм решения уравнений, по которому дети и анализируют уравнения.

Алгоритм:



При решении таких уравнений учитель должен **уделять особое внимание проверке**. Так как в старших классах бывает трудно сделать проверку к некоторым уравнениям, следует уже в начальной школе сформировать у детей умение выполнять ее – сначала письменно, а затем уже и устно. Ведь приучать детей к самоконтролю необходимо с первого класса. Порой учитель может видеть, как дети бездумно подставляют вместо неизвестного числа его значение и только переписывают ответ (не выполняя саму проверку). Чтобы проверка выполнялась детьми при самостоятельной работе, необходимо «заставить» каждого ребенка сделать ее (т.е. поработать над ней). Здесь мало написать промежуточные ответы. Я предлагаю детям «поиграть» с промежуточными ответами в проверке. Вот некоторые виды такой работы.

– Реши уравнение с проверкой:

$$35 : (15 - y : 8) = 5.$$

Дети решают: $35 : (15 - y : 8) = 5$

$$15 - y : 8 = 35 : 5$$

$$15 - y : 8 = 7$$

$$y : 8 = 15 - 7$$

$$y : 8 = 8$$

$$y = 8 \cdot 8$$

$$y = 64$$

$$35 : (15 - 64 : 8) = 5$$

$$5 = 5$$

– Выпиши все ответы в действиях проверки.

Дети выписывают: 5, 7, 8.

Далее учитель может использовать любой вид работы, исходя из дальнейшего плана урока. Например:

1. Составь все трехзначные числа с этими цифрами.

(578, 587, 785, 758, 857, 875)

2. Найди лишнее число из указанных.

(8 – четное, а остальные – нет.)

3. Чем похожи эти числа?

(Все числа однозначные; при записи каждого числа словами используем мягкий знак.)

4. Соотнеси номер действия с ответом в этом действии в выражении проверки и узнай таким образом название геометрической фигуры.

1-е действие: 49, 7, 8.

↓ ↓ ↓
Л О К

2-е действие: 8, 6, 7.

↓ ↓ ↓
С Т У

3-е действие: 6, 5, 15.

↓ ↓ ↓
Р Б А

(Дети решают: 1-е действие: ответ 8 – К,

2-е действие : ответ 7 – У,

3-е действие: ответ 5 – Б. Слово: КУБ.)

5. Расставь знаки так, чтобы правая запись равнялась левой.

$$875 = 5 \quad ((8 - 7) \cdot 5 = 5)$$

Данная форма работы не только помогает учителю развивать логическое мышление у детей, но иногда служит «мостиком» к следующему этапу урока. Учитель может давать учащимся творческое задание на дом (по придумыванию различных закономерностей с промежуточными ответами в проверке), а на следующем уроке либо проверять их, либо работать над ними при устном счете.

Я постаралась познакомить вас лишь с некоторыми видами работы над уравнениями, которые я использую со своими детьми. А каждый учитель должен выбирать или придумать те упражнения, которые будут интересны и актуальны именно в его классе, именно с его детьми.

Далее я хочу предложить конспекты уроков по введению новых тем.

Приложение

Конспект № 1

Тема «Уравнения вида $a \cdot x = v$, $x : a = v$, $a : x = v$ ».

(Л.Г. Петерсон «Математика 2», ч. 2, урок 1)

Актуализация знаний

1. На партах у детей лежат прямоугольники из цветной бумаги.

– Что у вас на партах? (Прямоугольники.)

– Что мы называем прямоугольником?

– Измерьте с помощью линейки стороны синего прямоугольника.

8 см

X 2 см (Учитель на доске обозначает стороны и площадь прямоугольника.)

– Найдите площадь. Какое правило необходимо для этого вспомнить? ($S = a \cdot v$)

– В каких единицах измеряется площадь?

– Запишите решение на обратной стороне своего прямоугольника.

$$(8 \cdot 2 = 16 \text{ см}^2)$$

– Измерьте ширину желтого прямоугольника. Узнайте без помощи линейки длину этого прямоугольника, если его площадь равна 12 см^2 .

X
 12 см^2 3 см (Учитель пишет на доске известные числа и длину обозначает буквой X .)

– Какое правило поможет нам? ($a = S : v$)

– Запишите решение на обратной стороне своего прямоугольника.

$$(12 : 3 = 4 \text{ см})$$

– Проверьте правильность своего ответа по линейке.

– Измерьте длину зеленого прямоугольника.

– Найдите без помощи линейки ширину прямоугольника, если его площадь равна 18 см^2 .

9 см
 18 см^2 X (Учитель пишет на доске.)

– Какое правило поможет нам? ($v = S : a$)

– Запишите решение.

$$(18 : 9 = 2 \text{ см})$$

– Проверьте по линейке правильность ответа.

К этому времени на доске появляются рисунки:

8 X 2 (синий)	X 12 3 (желтый)	9 18 X (зеленый)
-----------------------	---------------------------	----------------------------

– Что интересного вы заметили? (Дети предлагают свои варианты.)

– Какой прямоугольник может быть лишним? (а) Синий – неизвестна площадь, все числа в нем четные; б) желтый – у него ширина равна 3 см, а у других прямоугольников – 2 см; в) зеленый – по закономерности его ширина должна равняться 4 см, а она равна 2 см.)

Если детям трудно найти закономерности, то учитель задает дополнительные вопросы:

– Посмотрите на доску.

– Как я обозначила числа, которые мы находили? (X)

– В каких заданиях мы встречаемся с этим числом? (В уравнениях.)

Постановка учебной задачи

– Рассмотрите уравнения, записанные на доске:

$$X : 8 = 2 ; 12 : X = 3 ; X \cdot 9 = 18 .$$

– Мы решали такие уравнения? (Нет.)

– В чем трудность? (Знаки : и \cdot .)

– Подумайте, чему равен X .

(Дети предлагают свои ответы.)

– Нам встретились уравнения нового вида с умножением и делением. Вы пытались подобрать ответы, но это не всегда возможно, так как числа могут быть очень большими. Сейчас мы с вами должны найти способ решения таких уравнений.

«Открытие» детьми новых знаний

– Можем ли мы использовать правило о части и целом при решении этих уравнений? (Нет, так как целое – это сумма двух частей.)

– А какие задания напоминают вам эти уравнения? (Задачи на нахождение сторон и площади прямоугольника.)

– Перепишите первое уравнение в тетрадь и подчеркните компоненты, соответствующие сторонам и площади прямоугольника. (X – это площадь – берем в квадратик, 8 и 2 – это стороны – подчеркиваем их.)

Дети легко справляются с этим заданием, поскольку этот навык уже отработан на предыдущих уроках.

$$X : 8 = 2$$

– Что неизвестно? (Площадь.)

– Как найти площадь? (Надо перемножить стороны.)

$$X = 8 \cdot 2$$

$$X = 16$$

– Проверим.

Дети проверяют письменно или устно.

После решения учитель показывает образец комментирования:

Конспект № 2

Тема «Составные уравнения».

(Л.Г. Петерсон «Математика 3», ч. 1, урок 12)

Актуализация знаний

– Дома вы составляли выражения с определенными закономерностями. Сейчас мы будем записывать их под диктовку, решать, а затем находить в них закономерности.

Учитель вызывает одного ученика с верно выполненным заданием.

– Вспомните, как математически правильно прочитать выражения. (С последнего действия.)

Ребенок читает выражения, которые он составил дома. Класс записывает под диктовку, решает, а затем проверяет выражения с доски.

$$\text{Например: } 3 \cdot 12 + 12 : 3 = 40$$

$$36 \quad 4$$

$$18 \cdot 2 - 16 : 4 = 32$$

$$36 \quad 4$$

$$(6 \cdot 6) \cdot (32 : 8) = 144$$

$$36 \quad 4$$

Далее учитель работает над пониманием записей выражений.

– Чем выражено первое слагаемое в первом выражении? Второе слагаемое? (Первое слагаемое – это произведение 3 и 12, второе слагаемое – частное 12 и 3.)

– Назовите уменьшаемое во втором выражении и вычитаемое. И т.д.

– Какой ответ в выражениях лишний? (а) 40 – круглое число; б) 144 – трехзначное число; в) 32 – в записи числа нет цифры 4.)

– Как из 40 и 32 получить 144?

Дети расставляют математические знаки. Например:

$$4 + 0 + 3 + 2 = 1 + 4 + 4;$$

$$4 \cdot 0 + 3 - 2 = 1 + 4 - 4;$$

$$4 + 0 + 3 \cdot 2 = 14 - 4 \text{ и т.п.}$$

– Найдите закономерности в выражениях. (а) Первый компонент выражен произведением и всегда равен 36; б) второй компонент выражен частным и равен всегда 4; в) не хватает выражения на деление.)

– Составьте выражение, которое выполняло бы все закономерности.

Дети составляют, записывают и решают выражения на листах, первые из которых вывешивают на доску. Например:

$$(4 \cdot 9) : (8 : 2) = 9;$$

$$(36 \cdot 1) : (20 : 5) = 9 \text{ и т.п.}$$

– Уравнение $X : 8 = 2$. X – это площадь прямоугольника, 8 и 2 – это его стороны. Чтобы найти площадь прямоугольника, надо перемножить его стороны. Поэтому умножаем 8 на 2. Ответ равен 16.

Аналогично дети решают два других уравнения, и учитель показывает образец комментирования.

– Итак, кто уже может сам рассказать алгоритм решения уравнений на умножение и деление?

Дети проговаривают алгоритм, который составили сами.

– Прочитайте алгоритм в учебнике и сравните его со своими выводами.

Дети читают алгоритм из учебника и сравнивают со своим выводом.

– Рассмотрите уравнения в рамке. Какую ошибку вы заметили? (Выделили целое кружком, а надо выделить площадь квадратиком.)

– Исправьте ошибку и проговорите правила, которые вы использовали при решении уравнений.

Первичное закрепление

Учитель предлагает детям решить уравнения из учебника с комментированием: № 1 а, б, в.

Самостоятельная работа с проверкой в классе

– Просмотрите уравнения из № 2 и решите одно из них самостоятельно.

После самостоятельного решения идет проверка по образцу с доски. Дети сопоставляют свое решение с правильным и исправляют ошибки. Это этап самооценки, поэтому за верное решение ребятам ставят себе плюс, а за неверное – минус.

Итог

– Чему мы учились на уроке?

– Какие уравнения решали? (С неизвестным множителем.)

– Как решать уравнения с умножением и делением? Какие правила нам помогают?

Далее можно выполнить задания на повторение, если осталось время.

В домашнюю работу учитель обязательно включает задание творческого характера. Например, придумать и решить уравнение с неизвестным множителем на отдельных листах. А на следующем уроке учитель может организовать проверку фронтально или в парах (для фронтальной проверки надо брать только верно решенные уравнения).

Далее учитель опять работает над пониманием записи выражений.

– Назовите делимое. Назовите делитель (Делимое – $4 \cdot 9$, делитель – $8 : 2$.)

Конечно, чтобы эта работа имела успех, учитель должен отработать данные задания на предыдущих уроках. А составление домашних выражений следует проверить заранее, чтобы верно спланировать работу на уроке.

Постановка учебной задачи

– Только что мы работали над равенствами. А как называются равенства с переменной? (Уравнения.)

Проблема.

– Решите уравнения: $63 : K = 3 \cdot 3$;

$B - 7 = 24 - 8$; $(X - 16) : 4 = 11$.

Дети решают первые два уравнения, а третье вызывает у них затруднение.

– В чем трудность? (X «спрятан» от нас.)

– Как же нам узнать, чему равен X?

Дети предлагают свои варианты.

Цель.

– Сегодня на уроке нам предстоит найти или придумать алгоритм решения таких уравнений.

«Открытие» детьми новых знаний

– Запишите в тетрадь данное уравнение.

– Будем решать уравнение аккуратно, как зайчик, который ест капустку. А как он ее ест? (Отрывает по одному листочку – сначала самый верхний, а потом добираться до кочерыжки.)

– Итак, какое последнее действие в нашем уравнении? (Деление.)

– Назовите компоненты при делении. (Делимое, делитель, частное.)

– Назовите делимое. Делитель. Частное.

– Какой компонент нам неизвестен? (Делимое, так как в нем есть X.)

– Как найти делимое? (Надо делитель умножить на частное.)

Учитель записывает решение на доске, а дети в тетрадях.

$$(X - 16) : 4 = 11$$

$$X - 16 = 11 \cdot 4$$

Далее дети легко могут заметить, что получилось известное им уравнение, и поэтому дальнейшее решение комментируют сами.

После решения учитель задает вопросы:

– Трудное было уравнение? (Да!)

– А легко мы его решили? (Да!)

– Кто из вас может дать алгоритм решения таких уравнений?

Дети предлагают свои варианты. После этого учитель проговаривает образец комментирования и вывешивает алгоритм решения таких уравнений на доску. (Алгоритм см. выше.)

Первичное закрепление

Учитель предлагает детям решить уравнения с комментированием у доски: задания № 1 (а), № 2 (а).

Самостоятельная работа с проверкой в классе

№1 (б) или № 2 (б).

– Просмотрите уравнения, которые я предлагаю решить вам в классе. В задании № 2 уравнение более сложное, поэтому его решает тот, кто уверен в своих знаниях.

Дети выбирают уравнения и самостоятельно решают их. Затем идет проверка решений по образцу с доски, после чего дети оценивают свою работу плюсом или минусом.

Если останется время, то учитель проводит повторение.

Итог

Чтобы подытожить работу детей на уроке, учитель может убрать из алгоритма решения уравнений один или несколько этапов (или перепутать их), а затем попросить ребят восстановить весь алгоритм действий.

В домашнюю работу учитель обязательно включает задание творческого характера. Например, составить уравнение нового вида на альбомном листе, а решить его на обратной стороне. Тогда на следующем уроке дети могут обменяться своими уравнениями, решить их и проверить по образцу свое решение с обратной стороны листа (или найти ошибки у соседа, если его домашнее задание выполнено неверно).

Ольга Анатольевна Коростелева –
учитель начальных классов школы № 1743
г. Москвы.